

Persamaan Diferensial

Minggu 15: Sintesis PDP dalam Persamaan Maxwell & Panduan Team-Based Project

Novalio Daratha & Muhammad Arfan

Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu

2026

Tanggal Kompilasi: September 7, 2026

Capaian Pembelajaran (CPMK 4 & C6)

- **CPMK 4.1:** Mengintegrasikan seluruh konsep PDB dan PDP ke dalam 4 Persamaan Maxwell fundamental.
- **CPMK 4.2:** Menurunkan Persamaan Gelombang Elektromagnetik 3D ($\nabla^2 \mathbf{E} = \mu\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$) dari hukum Faraday dan Ampere-Maxwell.
- **CPMK 4.3:** Menghubungkan kecepatan gelombang elektromagnetik dengan konstanta ruang hampa ($c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$).
- **CPMK 4.4 (C6):** Menyajikan hasil sintesis pemodelan matematika dalam bentuk laporan dan presentasi *Team-Based Project*.

Daftar Isi

- 1 Empat Persamaan Diferensial Maxwell
- 2 Penurunan Persamaan Gelombang EM 3D
- 3 Panduan Team-Based Project

Empat Persamaan Maxwell dalam Bentuk Diferensial

1. Hukum Gauss untuk Medan Listrik

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \iff \text{Muatan listrik adalah sumber divergensi medan listrik}$$

Empat Persamaan Maxwell dalam Bentuk Diferensial

1. Hukum Gauss untuk Medan Listrik

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Muatan listrik adalah sumber divergensi medan listrik}$$

2. Hukum Gauss untuk Medan Magnetik

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Tidak ada monopol magnetik (garis medan magnet selalu kontinu/tertutup)}$$

Empat Persamaan Maxwell dalam Bentuk Diferensial

1. Hukum Gauss untuk Medan Listrik

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \iff \text{Muatan listrik adalah sumber divergensi medan listrik}$$

2. Hukum Gauss untuk Medan Magnetik

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \iff \text{Tidak ada monopol magnetik (garis medan magnet selalu kontinu/tertutup)}$$

3. Hukum Induksi Faraday

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \iff \text{Perubahan medan magnetik menghasilkan medan listrik pusaran}$$

Empat Persamaan Maxwell dalam Bentuk Diferensial

1. Hukum Gauss untuk Medan Listrik

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Muatan listrik adalah sumber divergensi medan listrik}$$

2. Hukum Gauss untuk Medan Magnetik

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Tidak ada monopol magnetik (garis medan magnet selalu kontinu/tertutup)}$$

3. Hukum Induksi Faraday

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Perubahan medan magnetik menghasilkan medan listrik pusaran}$$

4. Hukum Ampere-Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{Arus konduksi dan arus pergeseran menghasilkan medan magnetik}$$

Dari Persamaan Maxwell ke Persamaan Gelombang 3D

Pada ruang hampa bebas muatan ($\rho_v = 0, \mathbf{J} = 0$):

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Dari Persamaan Maxwell ke Persamaan Gelombang 3D

Pada ruang hampa bebas muatan ($\rho_v = 0$, $\mathbf{J} = 0$):

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Terapkan operator $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E})$ dan identitas vektor $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$:

$$\underbrace{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E})}_{=0} - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$$

Dari Persamaan Maxwell ke Persamaan Gelombang 3D

Pada ruang hampa bebas muatan ($\rho_v = 0$, $\mathbf{J} = 0$):

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Terapkan operator $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E})$ dan identitas vektor $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}$:

$$\underbrace{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E})}_{=0} - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right)$$

Persamaan Gelombang Elektromagnetik 3D

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \quad \Longleftrightarrow \quad \nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

dengan $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ (Kecepatan Cahaya).

Pedoman Team-Based Project (Bobot 20%)

Ketentuan Proyek Kelompok (3–4 Mahasiswa)

Pilihlah salah satu topik pemodelan riil teknik elektro:

- ➊ Analisis Stabilitas Transien Sistem Tenaga Listrik (*Swing Equation - Nonlinear ODE*).
- ➋ Perambatan Sinyal Frekuensi Tinggi pada Jaringan 5G (*Telegrapher PDE*).
- ➌ Distribusi Arus Efek Kulit pada Konduktor Tegangan Ekstra Tinggi (*Bessel ODE*).
- ➍ Pemodelan Distribusi Medan Potensial Gardu Induk 2D (*Laplace PDE*).

Pedoman Team-Based Project (Bobot 20%)

Ketentuan Proyek Kelompok (3–4 Mahasiswa)

Pilihlah salah satu topik pemodelan riil teknik elektro:

- ➊ Analisis Stabilitas Transien Sistem Tenaga Listrik (*Swing Equation - Nonlinear ODE*).
- ➋ Perambatan Sinyal Frekuensi Tinggi pada Jaringan 5G (*Telegrapher PDE*).
- ➌ Distribusi Arus Efek Kulit pada Konduktor Tegangan Ekstra Tinggi (*Bessel ODE*).
- ➍ Pemodelan Distribusi Medan Potensial Gardu Induk 2D (*Laplace PDE*).

Format Luaran (Deliverables)

- Laporan Ilmiah LaTeX (Maksimal 10 Halaman).
- Kode Simulasi Komputasi Julia / Pluto Notebook.
- Presentasi Slide Beamer (10 menit presentasi + 5 menit tanya jawab).

Rubrik Penilaian Team-Based Project

Kriteria Penilaian	Bobot	Deskripsi
Ketepatan Pemodelan Fisik	25%	Penurunan PDB/PDP dari hukum dasar elektro.
Keakuratan Solusi Analitik	25%	Penurunan matematis langkah-demi-langkah.
Kualitas Simulasi Komputasi	25%	Validasi numerik menggunakan Julia / visualisasi grafik.
Kualitas Laporan & Presentasi	25%	Sistematika penulisan LaTeX dan kejelasan presentasi.

Selamat Mempersiapkan Ujian Akhir Semester (UAS)!

"Persamaan diferensial adalah bahasa alami untuk mendeskripsikan alam semesta dan seluruh inovasi teknologi rekayasa elektro."

Tim Dosen Pengampu:

Novalio Daratha, Ph.D. & Muhammad Arfan, M.T.
Program Studi Teknik Elektro, Universitas Bengkulu