

Catatan Kuliah Persamaan Diferensial

Minggu 2: Persamaan Diferensial Biasa Orde 1

Novalio Daratha & Muhammad Arfan
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu

2026

Tanggal Kompilasi: September 7, 2026

Contents

1	Pendahuluan	2
2	Materi Utama	2
2.1	Persamaan Diferensial Separabel	2
2.2	Persamaan Diferensial Eksak	2
2.3	Persamaan Linear dan Faktor Integrasi	2
3	Ringkasan	3
4	Referensi	3

1 Pendahuluan

Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Orde 1 merupakan fondasi dalam mempelajari persamaan diferensial. Pada minggu ini, kita akan membahas berbagai teknik analitik, yang meliputi metode persamaan separabel, persamaan eksak, dan penggunaan faktor integrasi.

2 Materi Utama

2.1 Persamaan Diferensial Separabel

Sebuah PDB orde 1 dikatakan *separabel* (dapat dipisahkan) jika dapat ditulis dalam bentuk:

$$\frac{dy}{dx} = g(x)h(y)$$

Pisahkan variabel x dengan dx dan variabel y dengan dy , kemudian integralkan kedua ruas:

$$\int \frac{1}{h(y)} dy = \int g(x) dx + C$$

2.2 Persamaan Diferensial Eksak

Bentuk $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ disebut **eksak** jika:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

Contoh 2.1 (Penyelesaian PD Eksak Langkah-demi-Langkah). Selesaikan: $(2xy)dx + (x^2 - 1)dy = 0$

Langkah 1: Uji Eksak $M = 2xy \implies \frac{\partial M}{\partial y} = 2x$. $N = x^2 - 1 \implies \frac{\partial N}{\partial x} = 2x$. Karena sama, maka persamaannya Eksak.

Langkah 2: Cari fungsi Potensial $F(x, y) = \int M dx = \int 2xy dx = x^2 y + g(y)$.

Langkah 3: Turunkan terhadap y dan samakan dengan N $\frac{\partial F}{\partial y} = x^2 + g'(y)$.

Samakan: $x^2 + g'(y) = x^2 - 1 \implies g'(y) = -1$. Maka $g(y) = \int -1 dy = -y$.

Langkah 4: Tulis Solusi Umum Solusi: $F(x, y) = C \implies x^2 y - y = C$.

2.3 Persamaan Linear dan Faktor Integrasi

Bentuk umum: $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$. Faktor integrasi adalah $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$.

Contoh 2.2 (Penyelesaian dengan Faktor Integrasi). Selesaikan PDB Rangkaian RL: $L \frac{di}{dt} + Ri = V_0$. Ubah ke bentuk standar: $\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{V_0}{L}$.

Langkah 1: Tentukan Faktor Integrasi $P(t) = \frac{R}{L} \implies \mu(t) = e^{\int \frac{R}{L} dt} = e^{\frac{R}{L}t}$.

Langkah 2: Kalikan ruas dengan $\mu(t)$ $e^{\frac{R}{L}t} \frac{di}{dt} + \frac{R}{L} e^{\frac{R}{L}t} i = \frac{V_0}{L} e^{\frac{R}{L}t}$. Bagian kiri adalah turunan dari $i \cdot e^{\frac{R}{L}t}$.

Langkah 3: Integrasikan $i \cdot e^{\frac{R}{L}t} = \int \frac{V_0}{L} e^{\frac{R}{L}t} dt = \frac{V_0}{L} \frac{L}{R} e^{\frac{R}{L}t} + C = \frac{V_0}{R} e^{\frac{R}{L}t} + C$. Maka $i(t) = \frac{V_0}{R} + C e^{-\frac{R}{L}t}$. *(Bandingkan hasil analitik ini dengan output komputasi di `Simulasi Transien RC RL.ipynb`)

3 Ringkasan

Persamaan eksak diselesaikan menggunakan fungsi potensial $F(x, y)$. Persamaan linear diselesaikan dengan faktor integrasi $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$.

4 Referensi

- Erwin Kreyszig, *Advanced Engineering Mathematics*.
- `Simulasi_Transien_RC_RL.ipynb` (Praktikum Komputasi).