

Problem Set (Tugas Terstruktur)

Persamaan Diferensial - Minggu 4: PDB Orde 2 Linier Homogen

Novalio Daratha & Muhammad Arfan
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu

2026

Tanggal Kompilasi: September 7, 2026

Instruksi Tugas

Kumpulkan jawaban Problem Set ini pada awal perkuliahan minggu berikutnya. Tunjukkan semua langkah pemikiran, analisis matematis, dan cara Anda menentukan akar karakteristik secara sistematis. Seluruh soal dikontekstualisasikan untuk aplikasi rekayasa sistem kelistrikan.

Daftar Soal (Level Kognitif C1 - C6)

- (C1 - Mengingat)** Tuliskan bentuk standar dari persamaan diferensial biasa (PDB) linier orde 2 homogen dengan koefisien konstan beserta definisi determinan Wronskian $W(y_1, y_2)$ yang digunakan untuk menguji kebebasan linier pasangan solusinya.
- (C2 - Memahami)** Mengapa pada kasus diskriminan nol ($D = b^2 - 4ac = 0$), kita tidak boleh sekadar menuliskan solusi umum sebagai $y(x) = C_1 e^{rx} + C_2 e^{rx}$? Jelaskan mengapa fungsi basis kedua harus dikalikan dengan variabel bebas x ($y_2 = x e^{rx}$), dan buktikan bahwa nilai Wronskian dari pasangan tersebut tidak pernah bernilai nol ($W \neq 0$)!
- (C3 - Mengaplikasikan)** Tentukan solusi khusus dari Masalah Nilai Awal (IVP) berikut:

$$y'' + 8y' + 16y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -4$$

- (C4 - Menganalisis)** Sebuah rangkaian transien tanpa sumber dimodelkan oleh persamaan:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + 6 \frac{di}{dt} + 25i = 0$$

dengan kondisi awal arus $i(0) = 2$ A dan laju perubahan arus $\frac{di}{dt}(0) = 0$.

- Tentukan nilai konstanta redaman α dan frekuensi sudut teredam β (dalam rad/s).
 - Selesaikan persamaan untuk mendapatkan fungsi arus analitik $i(t)$.
 - Analisislah pada detik ke berapa arus $i(t)$ untuk pertama kalinya melintasi nilai nol ($i(t) = 0$).
- (C5 - Mengevaluasi - Aplikasi Rangkaian Osilator LC)** Sebuah tangki osilator frekuensi radio (RF tank circuit) terdiri atas sebuah induktor $L = 2$ mH dan kapasitor $C = 50$ nF yang terhubung seri secara tertutup tanpa resistor ($R = 0$).
 - Turunkan PDB homogen muatan kapasitor $q(t)$ dari Hukum Tegangan Kirchhoff (KVL).

-
- (b) Hitung frekuensi resonansi sudut alami ω_0 (rad/s) dan frekuensi dalam Hertz f_0 (Hz).
- (c) Jika kapasitor mula-mula diisi muatan sebesar $Q_0 = 10 \mu\text{C}$ dan saklar ditutup pada $t = 0$ saat arus awal $i(0) = 0$, buktikan bahwa amplitudo arus puncak rangkaian tidak akan pernah meluruh untuk seluruh $t > 0$ dan tentukan besarnya arus puncak tersebut!
- 6. (C6 - Mencipta)** Rancanglah sebuah sistem PDB linier orde 2 homogen dengan koefisien konstan yang merepresentasikan respons *underdamped* sedemikian rupa sehingga:
- Frekuensi osilasi sudutnya adalah $\beta = 4$ rad/s.
 - Amplitudo osilasinya meluruh menjadi setengah dari nilai awalnya (50%) tepat dalam waktu $t = 2$ detik.
 - Nilai awal amplitudo adalah $y(0) = 6$ dengan kecepatan awal $y'(0) = 0$.

Tentukan koefisien a, b, c dari PDB tersebut dan tuliskan fungsi solusi khusus $y(t)$ -nya secara lengkap!

Semoga berhasil & Junjung Tinggi Kejujuran Akademik!